Zestaw maturalny nr 3

Zadanie 1. (0-1)

Liczba $\left(-2\sqrt{3}+1\right)^2$ jest równa

A. 11 **B.** 5 **C.** $7-4\sqrt{3}$ **D.** $13-4\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0-1)

Liczba $\dfrac{\sqrt[3]{81}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}}{9^{\frac{1}{6}}}$ jest równa

A. 3 **B.** 4 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\sqrt[3]{3}$

Zadanie 3. (0-1)

Liczba $\log_{\frac{1}{2}} 4-\log_2 \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ jest równa

A. $\log_2 4\sqrt{2}$ **B.** $-2\frac{1}{2}$ **C.** $-1\frac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{8}{\sqrt{2}}$

Zadanie 4. (0-1)

Pan Kowalski złożył swoje oszczędności w kwocie 10 000 zł na okres 3 lat z kapitalizacją odsetek po roku. Bank oferuje roczną stopę procentową równą $p\%$ przez cały czas trwania lokaty. Wysokość odsetek po upływie trzech lat trwania lokaty wyniosła 927,27 zł. Wartość p jest równa

A. $3,(09)$ **B.** $0,03$ **C.** 3 **D.** $3,(09)\%$

Zadanie 5. (0-1)

Rozwiązaniem równania $2x+1=\sqrt{2}x$ jest liczba

A. $x=\sqrt{2}$ **B.** $x=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ **C.** $x=\dfrac{-1}{\sqrt{2}-2}$ **D.** $x=-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 6. (0-1)

Równanie $\left(-2x^2+3\right)(7x+7)(x^2+4)=0$ z niewiadomą x ma

A. trzy rozwiązania rzeczywiste, których suma jest równa $\sqrt{\dfrac{3}{2}}+1$.

B. pięć rozwiązań rzeczywistych, których suma jest równa -1.

C. trzy rozwiązania rzeczywiste, których iloczyn jest równy -6.

D. trzy rozwiązania rzeczywiste, których suma jest równa -1.

Zadanie 7. (0-1)

Dane są dwie funkcje liniowe $f(x) = -5x + 4$ oraz $g(x) = 2x - 5$. Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest zbiór wszystkich argumentów, dla których wartości funkcji f są nie większe od wartości funkcji g.

A.

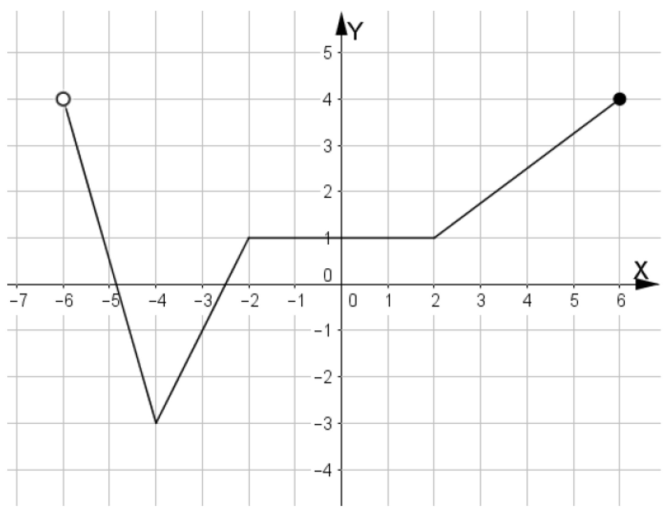
B.

C.

D.

Zadanie 8. (0-1)

Na wykresie przedstawiono wykres funkcji f.



Zbiorem wartości funkcji $g(x) = f(x) - 1$ jest przedział

A. $\left(-7,\ 5\right\rangle$ **B.** $\left\langle -4,\ 3\right)$ **C.** $\left\langle -4,\ 3\right\rangle$ **D.** $\left(-5,\ 7\right\rangle$

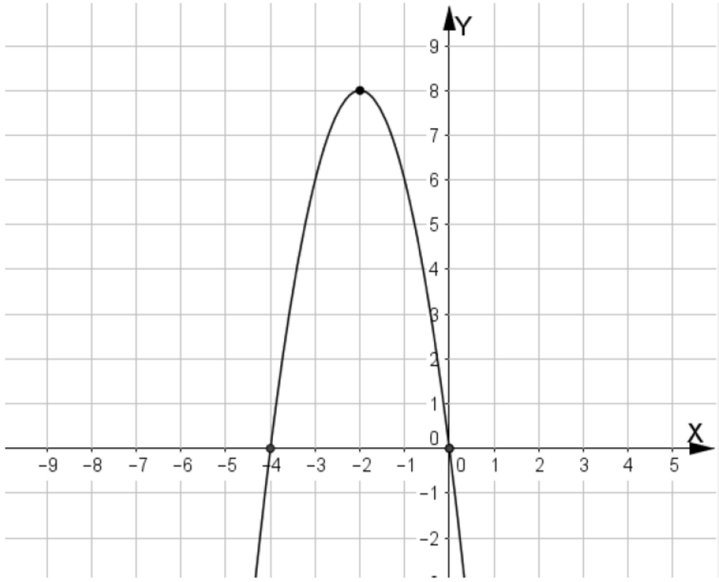
Zadanie 9. (0-1)

Wykres funkcji $f(x) = -\sqrt{5}(x-1) - \frac{5}{3}$ przecina oś odciętych układu współrzędnych w punkcie

A. $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{3},\ 0\right)$ **B.** $\left(0,\ 1-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{3},\ 0\right)$ **D.** $\left(\sqrt{5}-\frac{5}{3},\ 0\right)$

Zadanie 10. (0-1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$, której miejsca zerowe to liczby -4 i 0, a wierzchołek paraboli ma współrzędne $(-2, 8)$.



Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -4; -1 \rangle$ jest równa

A. 6 **B.** -4 **C.** 8 **D.** 0

Zadanie 11. (0-1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -n^4 + n$. Różnica $a_2 - a_3$ jest równa

A. -64 **B.** 64 **C.** -102 **D.** 102

Zadanie 12. (0-1)

Trzy liczby $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-1}$, $2-3x$, $2^{\log_2 5}$ w podanej kolejności są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wartość x jest równa

A. -1 **B.** $-\frac{4}{3}$ **C.** 0 **D.** 1

Zadanie 13. (0-1)

Do wykresu funkcji wykładniczej $f(x) = a^x$ należy punkt $A = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Liczba $f(1)$ jest równa

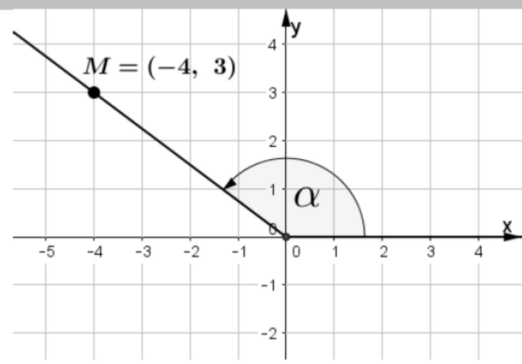
A. 2 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** -2

Zadanie 14. (0-1)

W ciągu geometrycznym (a_n) określonym dla $n \geq 1$, dane są: $a_5 = 7$, $a_8 = 56$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** 3,5 **C.** 1,75 **D.** 28

Zadanie 15. (0-1)



Na rysunku przedstawiony jest kąt α. Wartość wyrażenia $\sin\alpha - \cos\alpha$ jest równa

A. $-1{,}4$ **B.** $-\dfrac{3}{4}$ **C.** $-\dfrac{1}{5}$ **D.** $1\dfrac{2}{5}$

Zadanie 16. (0-1)

Proste o równaniach: $mx - 4y + 2 = 0$ i $y = -\dfrac{5}{2}x - \sqrt{7}$ są równoległe, jeżeli

A. $m = 10$ **B.** $m = \dfrac{5}{2}$ **C.** $m = -\dfrac{5}{2}$ **D.** $m = -10$

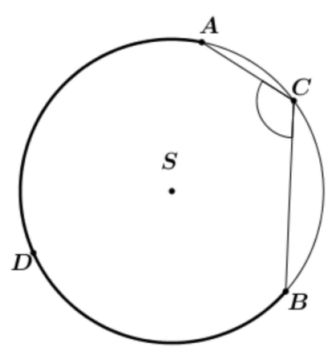
Zadanie 17. (0-1)

Wskaż parę prostych prostopadłych.

A. $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{3} = -\dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{1}{2}x - 3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{3} = -\dfrac{1}{2} \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{3} = -\dfrac{1}{2} \\ y = 2x + 7 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{3} = -\dfrac{1}{2} \\ y = -\dfrac{1}{2}x + 2 \end{cases}$

Zadanie 18. (0-1)

Kąt ACB jest oparty na łuku ADB, który stanowi $\dfrac{2}{3}$ długości okręgu. Miara kąta wypukłego ACB jest równa



A. 100^0 **B.** 240^0 **C.** 120^0 **D.** 145^0

Zadanie 19. (0-1)

Odcinek AB, gdzie $A=(-51,27)$ i $B=(-63,22)$, jest bokiem sześciokąta foremnego $ABCDEF$. Krótsza przekątna tego sześciokąta ma długość

A. $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ **B.** $13\sqrt{3}$ **C.** 17 **D.** $17\sqrt{3}$

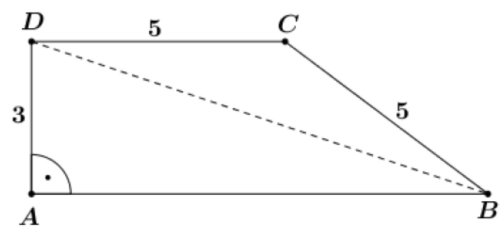
Zadanie 20. (0-1)

Symetralną odcinka AB, gdzie $A=(1,7)$, $B=(7,\ 7)$ jest prosta o równaniu

A. $y=4$ **B.** $x=-\frac{1}{4}$ **C.** $y=4x$ **D.** $x=4$

Zadanie 21. (0-1)

Na rysunku przedstawiony jest trapez prostokątny ABCD. Długość przekątnej DB jest równa



A. $8\sqrt{5}$ **B.** $3\sqrt{10}$ **C.** 9 **D.** $10\sqrt{3}$

Zadanie 22. (0-1)

Stożek i kula mają równe objętości. Promień kuli jest 4 razy większy od promienia podstawy stożka. Stosunek wysokości stożka do promienia kuli wynosi

A. 4 **B.** $\frac{1}{64}$ **C.** 256 **D.** 64

Zadanie 23. (0-1)

Średnia arytmetyczna czterech liczb a, b, c, d wynosi 11, zaś średnia arytmetyczna liczb a, b, c, d, x, x jest równa 17. Liczba x jest równa

A. 29 **B.** 26 **C.** 30 **D.** 28

Zadanie 24. (0-1)

Ile jest liczb czterocyfrowych utworzonych z cyfr 1, 3, 5, 6, 7, 9, mniejszych od 6000, jeśli cyfry w liczbie nie mogą się powtarzać?

A. 648 **B.** 240 **C.** 360 **D.** 180

Zadanie 25. (0-1)

W pudełku jest n kul białych i 6 czarnych. Losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej wynosi $\frac{3}{4}$. Liczba wszystkich kul w pudełku jest równa

A. 12 **B.** 24 **C.** 18 **D.** 30

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0-2)

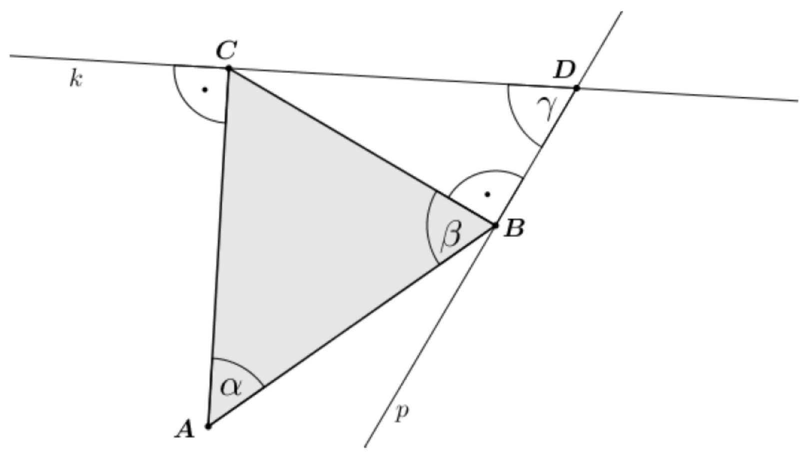
Rozwiąż nierówność $-(x+3)(x-4) \geq 10$.

Zadanie 27. (0-2)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = a(x-3)(x+2)$ jest przedział $\langle -3; +\infty)$ Wyznacz współczynnik a oraz zapisz wzór funkcji f w postaci kanonicznej.

Zadanie 28. (0-2)

Dany jest trójkąt ostrokątny ABC. Poprowadzono dwie proste: prostą k prostopadłą do boku AC przechodzącą przez punkt C oraz prostą p prostopadłą do boku BC przechodzącą przez punkt B. Proste k i p przecinają się w punkcie D (tak jak na rysunku). Uzasadnij, że $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$.



Zadanie 29. (0-2)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y prawdziwa jest nierówność

$$\frac{4x}{3y} + \frac{3y}{x} > 4 - \frac{13}{xy}.$$

Zadanie 30. (0-2)

Ze zbioru $\{5, 7, 9, 10, 11, 14\}$ losujemy kolejno bez zwracania dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich liczb, których iloczyn jest większy od 100.

Zadanie 31. (0-2)

Trzy liczby 2, $2x+3$, $x+2y$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb wynosi 21. Wyznacz wartości x oraz y.

Zadanie 32. (0-5)

Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC, którego pole jest równe $16\sqrt{3}$. Krawędź AS jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa, jeżeli ściana boczna o największym polu tworzy z podstawą kąt α o mierze 60^0.

Zadanie 33. (0-4)

Dane są punkty $A=(9,8)$, $B=(-3,2)$, $C=(6,1)$, $D=(10,3)$. Uzasadnij, że czworokąt $ABCD$ jest trapezem oraz oblicz jego pole.

Zadanie 34. (0-4)

Promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny ABC ma długość $r=4$, a stosunek długości przyprostokątnych $AC:AB$ wynosi $5:12$. Na przeciwprostokątnej BC obrano punkt D, zaś na przyprostokątnej AB punkt E tak, że odcinki BC i DE są prostopadłe. Wyznacz długość odcinka AE, jeśli stosunek pola czworokąta $AEDC$ do pola trójkąta EBD jest równy $3:2$.