Zestaw maturalny nr 5

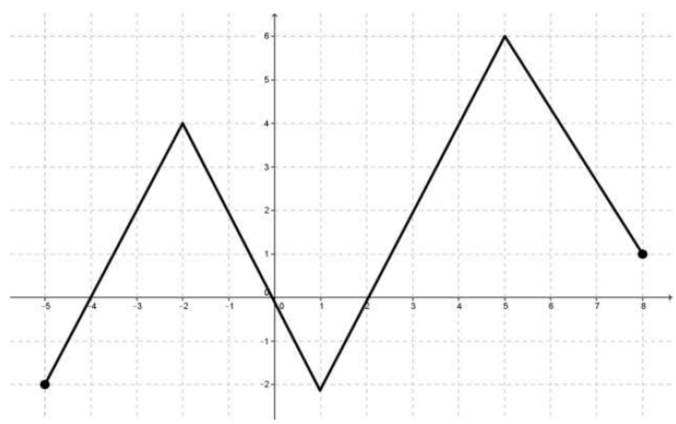
Zadanie 1. (0-1 pkt)
Narty w styczniu kosztowały 640 zł . W lutym obniżono ich cenę o 25%, a w marcu jeszcze o 10%. Cena nart po drugiej obniżce jest równa:

A. 416 zł **B.** 432 zł **C.** 605 zł **D.** 553,50 zł

Zadanie 2. (0-1 pkt)
Wykres funkcji liniowej $f(x) = -22x + 120$ przechodzi przez ćwiartki układu współrzędnych

A. I, II, III **B.** I, II, IV **C.** I, III, IV **D.** II, III, IV

Zadanie 3. (0-1 pkt)
Funkcja, której wykres przedstawiono na rysunku, jest rosnąca w przedziałach:



A. $\langle -2, 1\rangle$ $oraz$ $\langle 5, 8\rangle$ **B.** $\langle -2, 1\rangle \cup \langle 5, 8\rangle$
C. $\langle -5, -2\rangle$ $oraz$ $\langle 1, 5\rangle$ **D.** $\langle -5, -2\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$

Zadanie 4. (0-1 pkt)
Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-2)^n \cdot (4 - n^2)$, dla $n \geq 1$. Wtedy

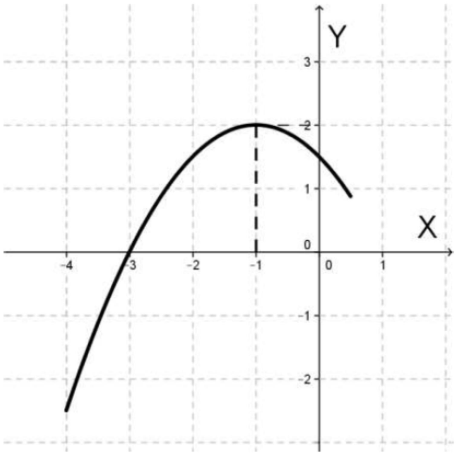
A. $a_3 = 40$ **B.** $a_3 = -8$ **C.** $a_3 = -40$ **D** . $a_3 = -30$

Zadanie 5. (0-1 pkt)
Cosinus kąta ostrego jest równy $\frac{\sqrt{7}}{3}$. Tangens tego kąta jest równy:

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{14}}{2}$ **C.** $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ **D.** $\frac{\sqrt{14}}{7}$

Zadanie 6. (0-1 pkt)

Funkcja kwadratowa, której fragment wykresu przedstawiono na rysunku, ma wzór:



A. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$ **B.** $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$

C. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ **D.** $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$

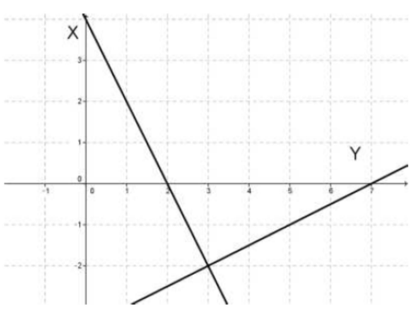
Zadanie 7. (0-1 pkt)

Wartość wyrażenia $\frac{4\cdot5^{0.75}+5^{0.75}}{0{,}125^{\frac{-2}{3}}+5^{0}}$ jest równa:

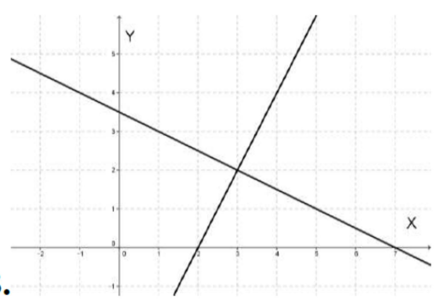
A. $5^{0.75}$ **B.** $5^{1,5}$ **C.** $2\cdot5^{0,75}$ **D.** $5\cdot5^{0,75}$

Zadanie 8. (0-1 pkt)

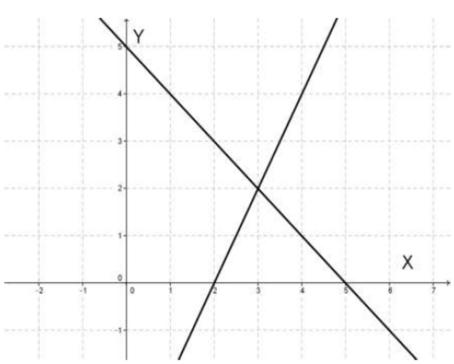
Ilustracja graficzna układu równań $\begin{cases}2x - y = 4\\ x + 2y = 7\end{cases}$ jest przedstawiona na rysunku:



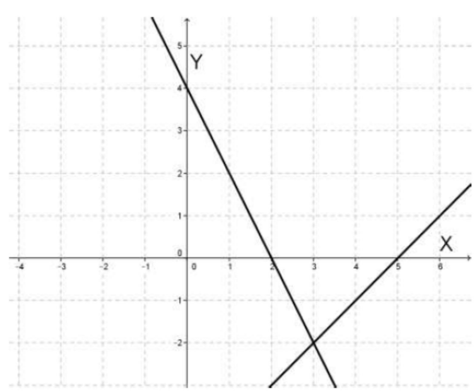
A.



B.



C.



D.

Zadanie 9. (0-1 pkt)
Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $(x^2+4)(x^2-1)(4x+1)=0$ jest równy

A. -1 **B.** $-\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 1

Zadanie 10. (0-1 pkt)
Kasia w pierwszym semestrze otrzymała następujące oceny z matematyki: z prac klasowych 3,4,4,2, z kartkówek 5,4,4,3,5, z zadań domowych 3,4,5. Oceny z prac klasowych mają wagę 5 , z kartkówek 3, z zadania domowego 2. Średnia ważona (zaokrąglona do dwóch miejsc po przecinku) ocen z matematyki Kasi w pierwszym semestrze jest równa:

A. 3,71 **B.** 4,6 **C.** 13,7 **D.** 11,41

Zadanie 11. (0-1 pkt)
Kąt wpisany oparty na łuku równym $\frac{5}{9}$ długości okręgu ma miarę:

A. $80°$ **B.** $100°$ **C.** $160°$ **D.** $200°$

Zadanie 12. (0-1 pkt)

Proste o równaniach $k: 3x+4y-2=0$ oraz $l: y=\frac{2m+7}{3}x+2$ są równoległe, gdy

A. $m=\frac{5}{2}$ **B.** $m=1$ **C.** $m=-\frac{3}{2}$ **D.** $m=-\frac{37}{8}$

Zadanie 13. (0-1 pkt)
Liczba $\log_5\frac{125}{2}+\log_5\frac{2}{25}-\log_4\frac{1}{64}$ jest równa:

A. -2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Zadanie 14. (0-1 pkt)
Obrazem odcinka $\overline{AB}$ o końcach w punktach $A(-5;-3)$, $B(4,1)$, w symetrii względem osi OX, jest odcinek $\overline{A_1B_1}$ o końcach w punktach:

A. $A_1(4;1)$, $B_1(-5;-3)$ **B.** $A_1(5;-3)$, $B_1(-4;1)$
C. $A_1(-5;3)$, $B_1(4;-1)$ **D.** $A_1(5,3)$, $B_1(-4;-1)$

Zadanie 15. (0-1 pkt)
Wartość wyrażenia $\frac{\sqrt[3]{-800}}{\sqrt[3]{100}}$ jest równa:

A. -2 **B.** $-0{,}2$ **C.** 2 **D.** 0,2

Zadanie 16. (0-1 pkt)

Wszystkimi rozwiązaniami równania wymiernego $\frac{x^2-x-2}{x^2-2x}=0$ są:

A. $x \in \{-1\}$ **B.** $x \in \{0; 2\}$ **C.** $x \in \{-1; 2\}$ **D.** $x \in \{-1; 0; 2\}$

Zadanie 17. (0-1 pkt)

Tworząca stożka jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 35^0. Miara kąta rozwarcia stożka jest równa:

A. 110^0 **B.** 55^0 **C.** 120^0 **D.** 130^0

Zadanie 18. (0-1 pkt)

Funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie dla $x \in (-\infty; 2)$, a jej wykres przecina oś OY w punkcie $(0; 4)$, zatem jej wzór ma postać:

A. $y = -\frac{1}{2}x + 2$ **B.** $y = -2x + 4$ **C.** $y = 2x - 4$ **D.** $y = 2x + 4$

Zadanie 19. (0-1 pkt)

W ciągu arytmetycznym $a_1 = 2\sqrt{2}$ i $a_2 = 2\sqrt{2} + 2$. Suma wyrazów od dziesiątego do czterdziestego włącznie jest równa:

A. $20\sqrt{2} + 90$ **B.** $60\sqrt{2} + 1470$ **C.** $80\sqrt{2}$ +1560 **D.** $62\sqrt{2}$ + 1488

Zadanie 20. (0-1 pkt)

Punkt $P = (-4, 3)$ leży na końcowym ramieniu kąta α. Cosinus kąta α jest równy:

A. $\frac{4}{5}$ **B.** $-\frac{4}{5}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $-\frac{3}{5}$

Zadanie 21. (0-1 pkt)

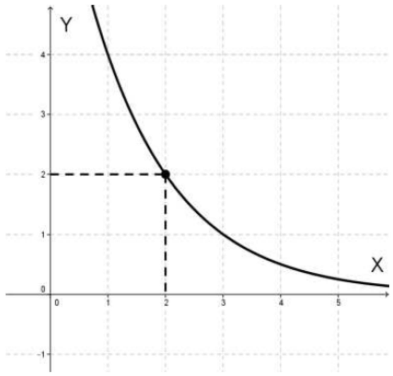
Liczb naturalnych sześciocyfrowych podzielnych przez 5, których cyfra setek należy do zbioru $\{3,4,7,9\}$ i wszystkie cyfry są różne jest:

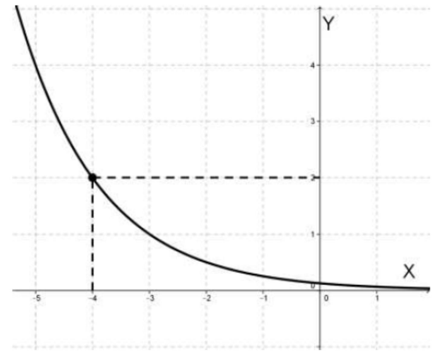
A. $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2$ **B.** $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 + 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1$

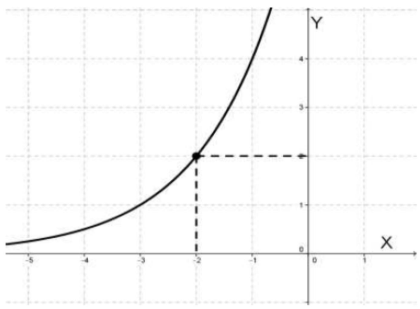
C. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 2$ **D.** $8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 1 + 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 1$

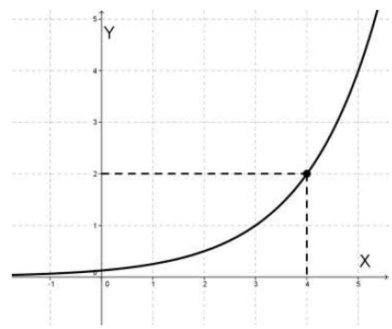
Zadanie 22. (0-1 pkt)

Wykres funkcji $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$ jest przedstawiony na rysunku:

A. 

B. 

C. 

D. 

Zadanie 23. (0-1 pkt)

Wartość wyrażenia $\left(2 - 3\sqrt{2}\right)^2$ jest równa

A. 22 **B.** $22 - 12\sqrt{2}$ **C.** $4 + 24\sqrt{2}$ **D.** $22 + 12\sqrt{2}$

Zadanie 24. (0-1 pkt)

Miara kąta między bokiem AB równoległoboku $ABCD$, a przekątną AC jest równa 30°. Długość przekątnej AC jest równa 5, a długość boku AB wynosi 4, zatem pole równoległoboku jest równe:

A. $P = 12$ **B.** $P = 10\sqrt{3}$ **C.** $P = 20$ **D.** $P = 10$

Zadanie 25. (0-1 pkt)

Największą wartością funkcji kwadratowej $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x + 1$ w przedziale $\langle -1; 5\rangle$ jest

A. -35 **B.** $\frac{11}{3}$ **C.** $\frac{38}{3}$ **D.** 13

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0-2 pkt)

Rozwiąż nierówność $(x+5)(3-x)+2x-6 \geq 0$.

Zadanie 27. (0-2 pkt)

W trójkącie równobocznym ABC połączono środki wysokości otrzymując trójkąt PQR. Wykaż, że stosunek pola trójkąta PQR do pola trójkąta ABC jest równy $\frac{1}{16}$.

Zadanie 28. (0-2 pkt)

Wyznacz wzór ogólny ciągu geometrycznego wiedząc, że $a_5 = \frac{3}{16}$ oraz $q^4 = -\frac{2}{3}a_6$.

Zadanie 29. (0-2 pkt)

Udowodnij, że jeżeli przy dzieleniu przez 5 liczba całkowita x daje resztę 2, a liczba całkowita y daje resztę 3, to iloczyn liczb x i y przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1.

Zadanie 30. (0-2 pkt)

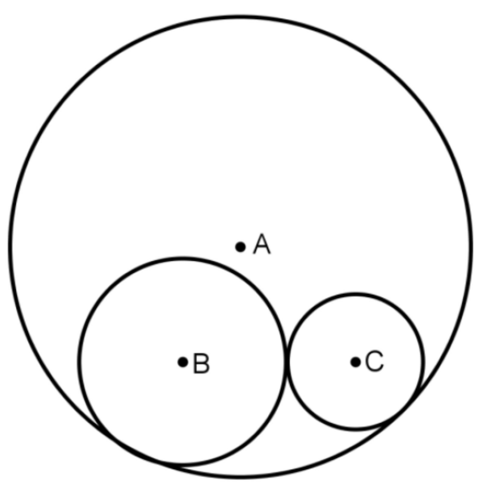
Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB, gdzie $A = (-3\,, 4)$, $B = (2\,, -1)$.

Zadanie 31. (0-2 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że pierwsza z wylosowanych liczb jest nieparzysta, a ich iloczyn jest większy od 10.

Zadanie 32. (0-4 pkt)

Dane dwa okręgi o środkach B i C są styczne zewnętrznie i jednocześnie są styczne wewnętrznie do okręgu o środku w punkcie A. Wiedząc, że $|BC| = |AC|$ oraz promień okręgu o środku C ma długość $r_c = 3$ oblicz długość odcinka AB.



Zadanie 33. (0-5 pkt)

Czworokąt $ABCD$ jest trapezem równoramiennym, który nie jest równoległobokiem. Wiedząc, że podstawami trapezu są odcinki AB oraz CD, przy czym $A = (-2; -4)$, $B = (7; 5)$ i $D = (-1; 2)$, oblicz pole oraz obwód tego trapezu.

Zadanie 34. (0-4 pkt)

Podstawą ostrosłupa jest prostokąt, którego stosunek długości boków wynosi $2:3$. Pole podstawy ostrosłupa jest równe $24\,cm^2$. Każda krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 30^0$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.
