

Zestaw maturalny nr 6

Zadanie 1. (0-1 pkt)

Wśród liczb a, b, c, d liczbą całkowitą jest

A. $a = \frac{2^5 \cdot 27^{\frac{2}{3}}}{4^9}$ B. $b = \frac{8^4 \cdot 2}{3^2}$ C. $c = \frac{3^5 \cdot 8^{\frac{4}{3}}}{36^{\frac{1}{2}}}$ D. $d = \frac{2^0}{2^2 \cdot 8}$

Zadanie 2. (0-1 pkt)

Jeżeli $a = \log_2(5\sqrt[3]{2}) - \log_2 5$ i $b = \log_3 15 + \log_3 \frac{\sqrt{3}}{45}$, to wartość wyrażenia a^b jest równa

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 9 D. $\sqrt[3]{2}$

Zadanie 3. (0-1 pkt)

Oszacowano, że do malowania pokoju potrzeba 17 litrów farby. W rzeczywistości zużyto 20 litrów. Błąd względny szacowania wyrażony w procentach wynosi

A. 0,15% B. 15% C. 17,6% D. 85%

Zadanie 4. (0-1 pkt)

Cenę towaru dwukrotnie obniżano o 20%. W wyniku obniżek cena towaru wynosi 96 zł.

Przed zmianami towar kosztował

A. 138,24 zł B. 144,00 zł C. 150,00 zł D. 160,00 zł

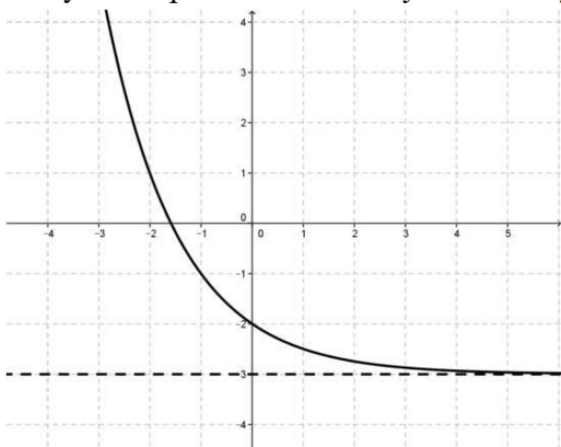
Zadanie 5. (0-1 pkt)

Funkcja $f(x) = \frac{6x-x^2}{x^2-36}$

- A. ma jedno miejsce zerowe $x = 0$
- B. ma dwa miejsca zerowe $x = 0, x = 6$
- C. ma dwa miejsca zerowe $x = 6, x = -6$
- D. ma trzy miejsca zerowe $x = 0, x = 6, x = -6$

Zadanie 6. (0-1 pkt)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji określonej wzorem



A. $f(x) = 2^x - 3$ B. $f(x) = 2^{x-3}$ C. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$ D. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$

Zadanie 7. (0-1 pkt)

Wartość funkcji $f(x) = \frac{-x^2-2x}{x-2}$ dla argumentu równego $-2 + \sqrt{2}$ wynosi

- A. -1 B. $\sqrt{2} - 2$ C. $\frac{\sqrt{2}-10}{7}$ D. $\frac{-3\sqrt{2}+2}{7}$

Zadanie 8. (0-1 pkt)

Wykres funkcji liniowej $f(x) = ax + b$ dla $a < 0$ i $b > 0$ przechodzi przez ćwiartki układu współrzędnych

- A. *I, II, IV* B. *I, III, IV* C. *I, II, III* D. *II, III, IV*

Zadanie 9. (0-1 pkt)

Maksymalnym przedziałem w którym funkcja kwadratowa $f(x) = -3(x + 2)^2 - 7$ jest malejąca jest zbiór

- A. $\langle 2, +\infty \rangle$ B. $(-\infty, 2)$ C. $\langle -2, +\infty \rangle$ D. $(-\infty, -2)$

Zadanie 10. (0-1 pkt)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem ogólnym $a_n = 3^n - 3^2$. Wyraz a_{n+2} tego ciągu dla $n = 3$ jest równy

- A. 3 B. 18 C. 27 D. 234

Zadanie 11. (0-1 pkt)

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego wynosi 7, suma siedmiu początkowych wyrazów ciągu jest równa (-14) . Czwarty wyraz ciągu jest równy

- A. -11 B. -3 C. -2 D. 16

Zadanie 12. (0-1 pkt)

Za wykopanie pierwszego metra studni zapłacono 75 złotych. Wykopanie każdego następnego metra kosztowało dwa razy tyle co poprzedniego. Za wykopanie studni zapłacono 76725 złotych. Głębokość studni wynosiła

- A. 7 m B. 8 m C. 9 m D. 10 m

Zadanie 13. (0-1 pkt)

Ramię końcowe kąta $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$ zawiera się w prostej $y = -\frac{3}{4}x$. Zatem

- A. $\sin \alpha = -\frac{3}{4}$ B. $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ D. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$

Zadanie 14. (0-1 pkt)

Kąt α jest kątem ostrym i $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Zatem

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha \in (30^\circ, 45^\circ)$ C. $\alpha \in (45^\circ, 60^\circ)$ D. $\alpha = 60^\circ$

Zadanie 15. (0-1 pkt)

Dla ostrego kąta α wyrażenie $\cos\alpha \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha}$ jest równe

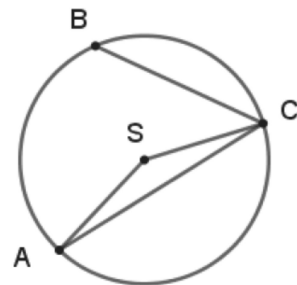
- A. $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ B. $\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$ C. $\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$ D. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$

Zadanie 16. (0-1 pkt)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku S (rysunek),

$|\sphericalangle ASC| = 150^\circ$ oraz $|\sphericalangle ACB| = 42^\circ$. Miara kąta BAC jest równa

- A. 15° B. 42° C. $52,5^\circ$ D. 63°

**Zadanie 17. (0-1 pkt)**

Punkty A, B, C są punktami przecięcia paraboli o równaniu $y = -x^2 + 2x + 8$ z osiami układu współrzędnych. Pole trójkąta ABC jest równe

- A. 8 B. 9 C. 24 D. 27

Zadanie 18. (0-1 pkt)

Dane są okręgi styczne wewnętrznie o środkach A i B . Wiadomo, że promień jednego okręgu jest trzy razy dłuższy od promienia drugiego okręgu i $|AB| = 2\frac{2}{3}$. Promienie tych okręgów mają długość

- A. $\frac{1}{3}$ i 3 B. $1\frac{1}{2}$ i $4\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ i 2 D. $1\frac{1}{3}$ i 4

Zadanie 19. (0-1 pkt)

Proste o równaniach $k: y = (3 - 2m)x + 10$ i $l: y = \frac{3}{1-6m}x - 2m$ są prostopadłe dla

- A. $m = \frac{5}{6}$ B. $m = \frac{6}{5}$ C. $m = -\frac{5}{3}$ D. $m = \frac{5}{3}$

Zadanie 20. (0-1 pkt)

Punkty $A = (-2; 3)$, $B = (1; -4)$, $C = (3; 4)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Równanie prostej zawierającej bok AD tego równoległoboku ma postać

- A. $-4x + y - 11 = 0$ B. $4x + y + 11 = 0$
C. $-4x - y + 3 = 0$ D. $4x - y + 3 = 0$

Zadanie 21. (0-1 pkt)

Dany jest odcinek AB , gdzie $A(-4, 16)$, $B(-8, 10)$. Punkt S jest środkiem odcinka AB .

Obrazem punktu S w symetrii względem osi OY jest punkt

- A. $S'(-6, 13)$ B. $S'(6, 13)$ C. $S'(-6, -13)$ D. $S'(6, -13)$

Zadanie 22. (0-1 pkt)

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym o ramieniu długości 12. Kąt rozwarcia stożka ma miarę 120° . Objętość stożka wynosi

- A. 72π B. $72\sqrt{3}\pi$ C. 216π D. $216\sqrt{3}\pi$

Zadanie 23. (0-1 pkt)

Przekątne dzielą równoległobok na cztery trójkąty

- A. przystające B. podobne
C. o równych polach D. o równych obwodach

Zadanie 24. (0-1 pkt)

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ losujemy bez zwracania dwa razy po jednej liczbie.

Wylosowane liczby tworzą parę (x, y) , gdzie x jest pierwszą wylosowaną liczbą, y jest drugą wylosowaną liczbą. Wszystkich par (x, y) takich, że suma $x + y$ jest liczbą parzystą jest

- A. 20 B. 25 C. 50 D. 61

Zadanie 25. (0-1 pkt)

Wojtek notował temperaturę powietrza o godzinie 12.00 w pięciu kolejnych dniach stycznia.

Otrzymał następujące wyniki:

Data	15.01	16.01	17.01	18.01	19.01
Temperatura	3	2	-2	-5	-3

Odchylenie standardowe od średniej temperatury w tych dniach, z dokładnością do 0,1 wynosi

- A. 1,0 B. 3,0 C. 3,6 D. 9,2

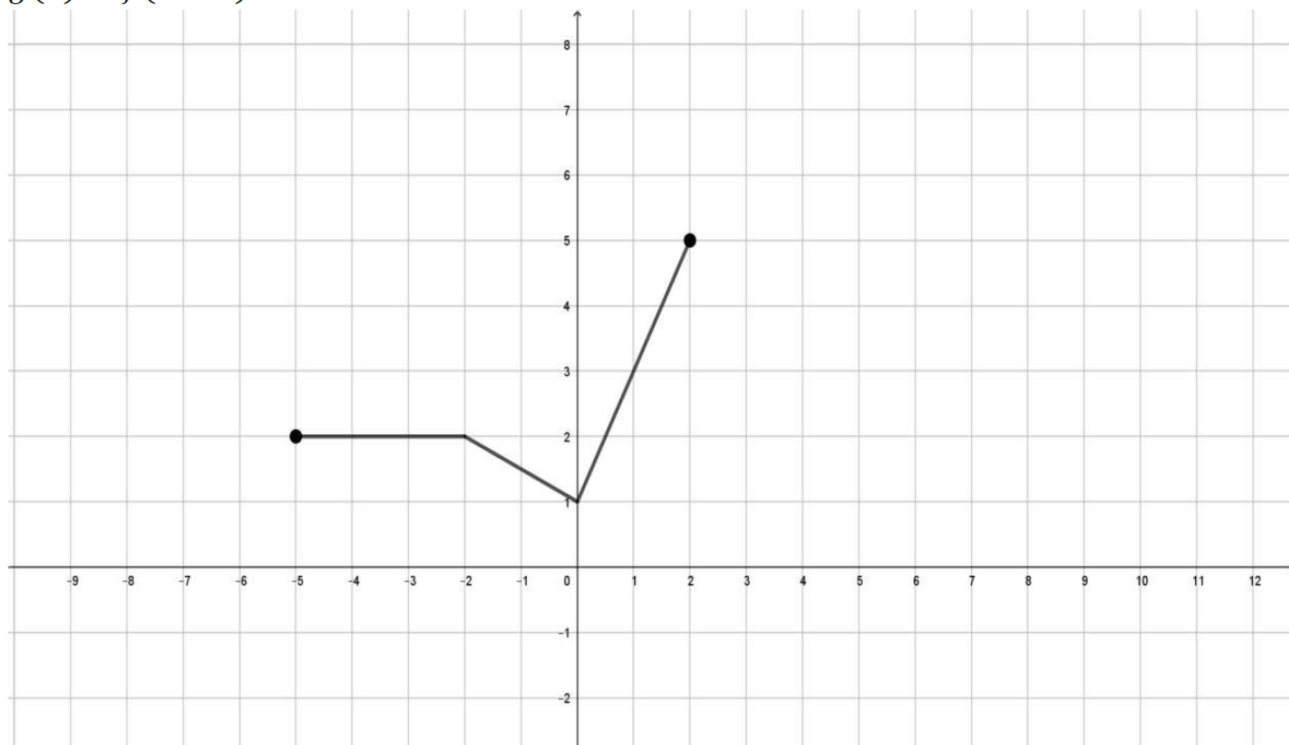
ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0-2 pkt)

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$. Podaj zbiór wartości funkcji

$$g(x) = f(x + 1) - 2.$$



Zadanie 27. (0-2 pkt)

Rozwiąż nierówność: $-\frac{1}{2}x(x + 2) < 1$.

Zadanie 28. (0-2 pkt)

Udowodnij, że reszta z dzielenia sumy kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych niepodzielnych przez 3, przy dzieleniu przez 18 jest równa 5.

Zadanie 29. (0-2 pkt)

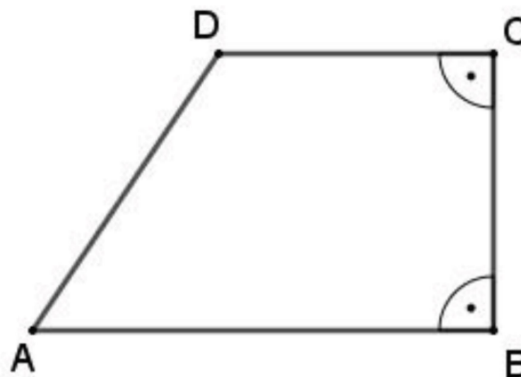
Rozwiąż równanie $5x(x^3 + 1)(2x - 8)(x^2 + 4) = 0$

Zadanie 30. (0-2 pkt)

W dwóch pojemnikach znajdują się ponumerowane kule. W pierwszym pojemniku są kule z numerami: 1, 2, 3, 4, 5, w drugim z numerami: 4, 5, 6, 7, 8, 9. Losujemy po jednej kuli z każdego pojemnika i tworzymy liczbę dwucyfrową. Numer kuli wylosowanej z pierwszego pojemnika jest cyfrą dziesiątek, numer kuli wylosowanej z drugiego pojemnika jest cyfrą jedności. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że utworzona liczba jest podzielna przez 4.

Zadanie 31. (0-2 pkt)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ (rysunek) punkt K jest punktem przecięcia wysokości DE i przekątnej AC tego trapezu. Wiedząc, że $|CB| = |CD| = a$ i $|AB| = b$ wykaż, że pole P czworokąta $EBCK$ jest równe $P = \frac{2a^2b - a^3}{2b}$.

**Zadanie 32. (0 - 5 pkt)**

Punkty $A = \left(-\frac{1}{2}; -1\frac{1}{2}\right)$, $B = \left(3\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC o podstawie AB . Ramię BC zawiera się w prostej o równaniu $8x + 14y - 35 = 0$. Oblicz współrzędne punktu C i pole tego trójkąta.

Zadanie 33. (0 - 4 pkt)

Funkcja kwadratowa $y = f(x)$ przyjmuje wartości ujemne tylko dla $x \in (-\infty, -2) \cup (5, \infty)$, a jej zbiorem wartości jest przedział $\left(-\infty, \frac{49}{8}\right)$. Zapisz wzór funkcji kwadratowej $g(x) = f(x - 2)$ w postaci ogólnej.

Zadanie 34. (0-4 pkt)

Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 8 cm, a jego wysokość 12 cm. Połączono środki dwóch sąsiednich krawędzi dolnej podstawy oraz najbardziej odległy od tego odcinka wierzchołek górnej podstawy. Oblicz pole otrzymanego trójkąta.